

# ホップフィールドネットワーク と今後の予定について

2017年5月19日



# 今回の内容

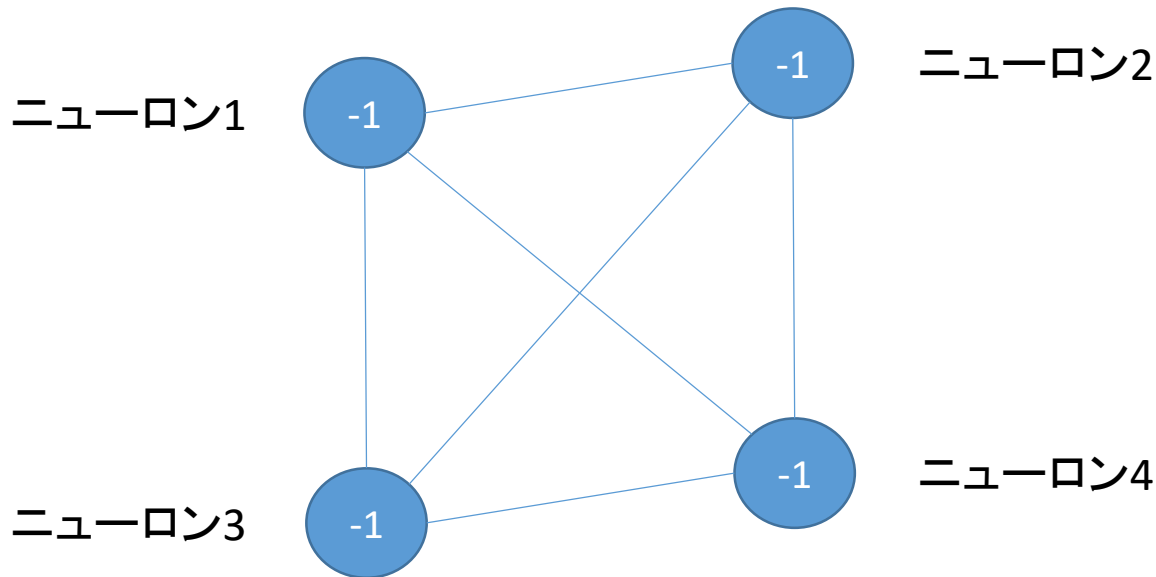
- ホップフィールドネットワークのプログラム配布。
- 配布プログラムに即してホップフィールドネットワーク解説。
- 輪読 (2-1～2-3)。
- 輪読予定表の更新。
- 最終発表について。



# ホップフィールド ネットワーク

# ホップフィールドネットワーク

- John Hopfieldが提案した相互結合型ネットワーク。  
相互結合型ネットワークは入力層、出力層がなく、それぞれのユニットは自分以外の全てのユニットと結合している。
- ニューロン4個の場合



# ホップフィールドネットワーク

- 何かを見た時等に、活動している神経同士、活動していない神経同士の結びつきを強め(+1)、活動している神経と活動していない神経の間の結びつきを弱める(-1)。
- 何か入力を与えた時に、近いパターンに収束する。  
一部の入力情報から、記憶したパターンの全体を呼び出す過程(連想記憶)。

# ホップフィールドネットワークの学習

神経2つで考えた場合

各ニューロンの初期状態は無刺激状態(-1)とする。



神経の状態として  $\begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix}$  と表す。

各神経の結びつき(初期状態)は  $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$  と表す。

自分から自分へ結合はないので、**自分から自分への結びつきは常に0**である。

	N1	N2
N1	0	0
N2	0	0

# ホップフィールドネットワーク学習例

活動している神経同士、活動していない神経同士の結びつきを強める場合：

①どちらの神経も活動している(どちらも+1である)  $\begin{pmatrix} +1 \\ +1 \end{pmatrix}$



②どちらの神経も活動していない(どちらも-1である)  $\begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix}$



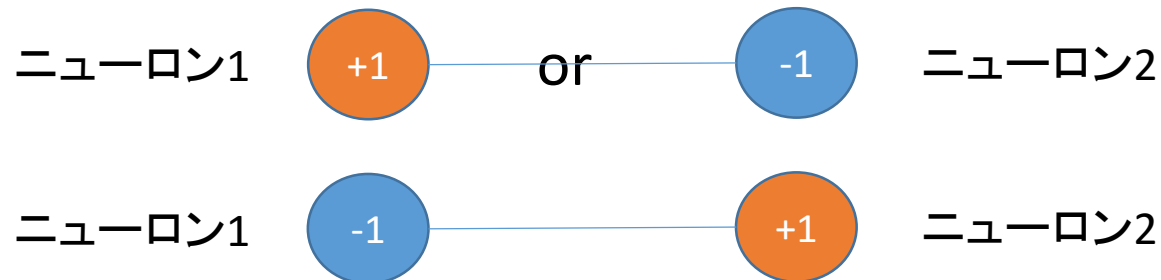
それら神経の結びつきの強さを+1する。自分から自分は常に0。

	N1	N2
N1	0	+1
N2	+1	0

 $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

# ホップフィールドネットワーク学習例

活動している神経と活動していない神経の間の結びつきを弱める場合:  $\begin{pmatrix} +1 \\ -1 \end{pmatrix}$  or  $\begin{pmatrix} -1 \\ +1 \end{pmatrix}$



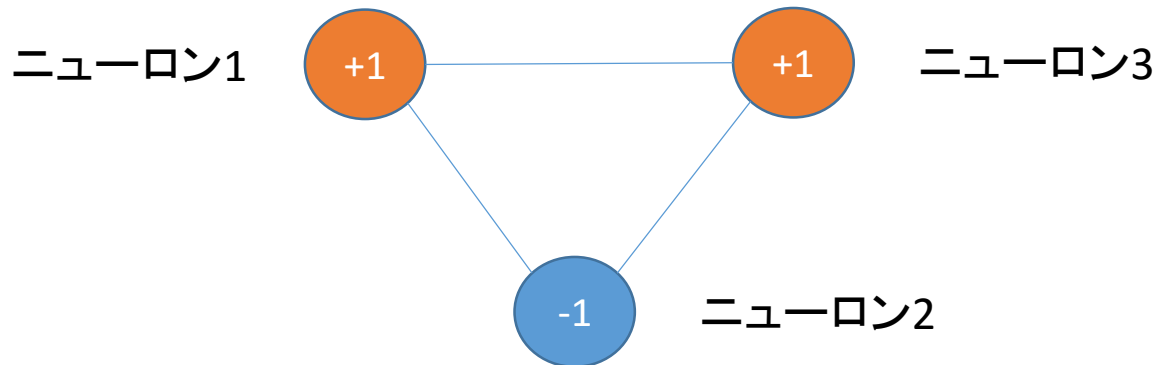
それら神経の結びつきの強さを-1する。自分から自分は常に0。

	N1	N2
N1	0	-1
N2	-1	0



# ホップフィールドネットワーク学習例 (神経3つ)

$\begin{pmatrix} +1 \\ -1 \\ +1 \end{pmatrix}$  の場合

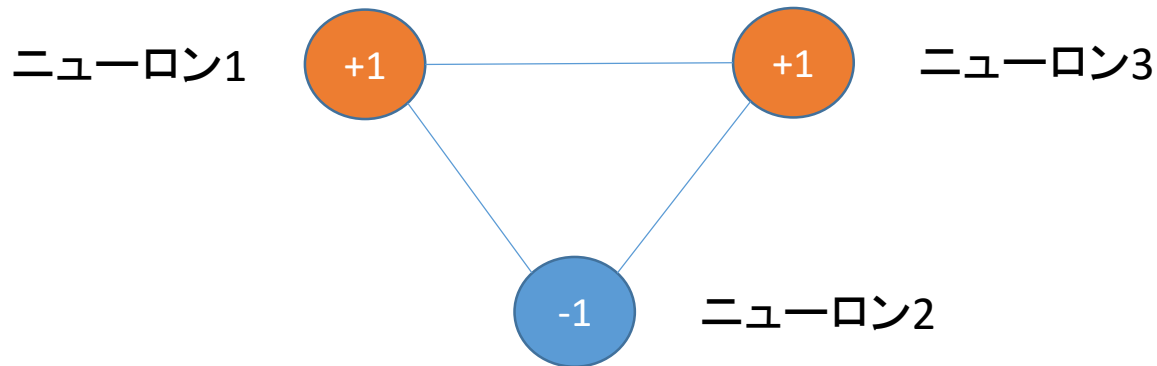


N1とN2は 片方のみ活動しているため、結びつきを弱める。  
N1とN3は 両方活動しているため、結びつきを強める。  
N2とN3は 片方のみ活動しているため、結びつきを弱める。

	N1	N2	N3
N1	0	-1	+1
N2	-1	0	-1
N3	+1	-1	0

# ホップフィールドネットワーク学習例 (神経3つで連続して学習)

続けてもう一度  $\begin{pmatrix} +1 \\ -1 \\ +1 \end{pmatrix}$  を学習させる場合



前の学習状態を引き継いで結びつきを変動させる。

N1とN2は 片方のみ活動しているため、結びつきを弱める。  
N1とN3は 両方活動しているため、結びつきを強める。  
N2とN3は 片方のみ活動しているため、結びつきを弱める。

	N1	N2	N3
N1	0	-2	+2
N2	-2	0	-2
N3	+2	-2	0

# ホップフィールドネットワーク記憶の連想

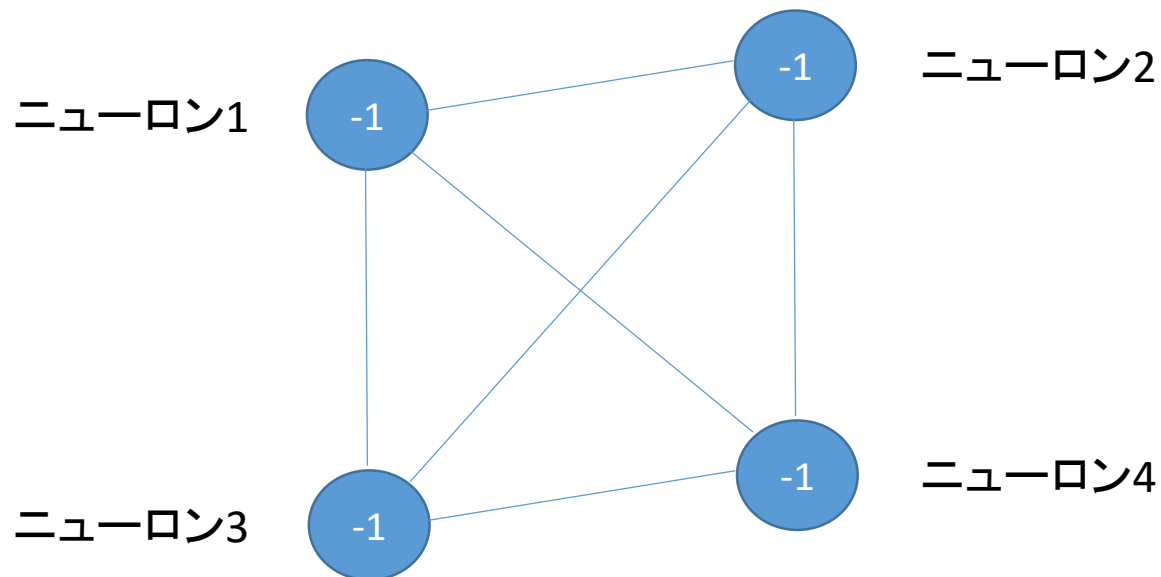
後ろのページ(神経4つの場合)において解説する。

あるものを学習した状態で、連想をしたい神経を刺激して、他のどの神経が反応したか調べる。

反応したものが連想できたということになる。

# ホップフィールドネットワーク(hopfield.py)

hopfield.pyは、  
ニューロン1:リンゴ  
ニューロン2:バナナ  
ニューロン3:赤  
ニューロン4:黄色 となっている。



# ホップフィールドネットワーク(hopfield.py)

- このプログラムでは、「リンゴ」、「バナナ」、「赤」、「黄色」に反応するニューロンを例としての学習を行う。各ニューロンの初期状態は無刺激状態(-1)となっていて、ニューロン間の結びつきは全て0である。

```
初期状態
Apple    -1
Banana   -1
Red      -1
Yellow   -1
Name: Activation, dtype: int64
output   Apple  Banana  Red    Yellow
input
Apple    0      0      0      0
Banana   0      0      0      0
Red      0      0      0      0
Yellow   0      0      0      0
```

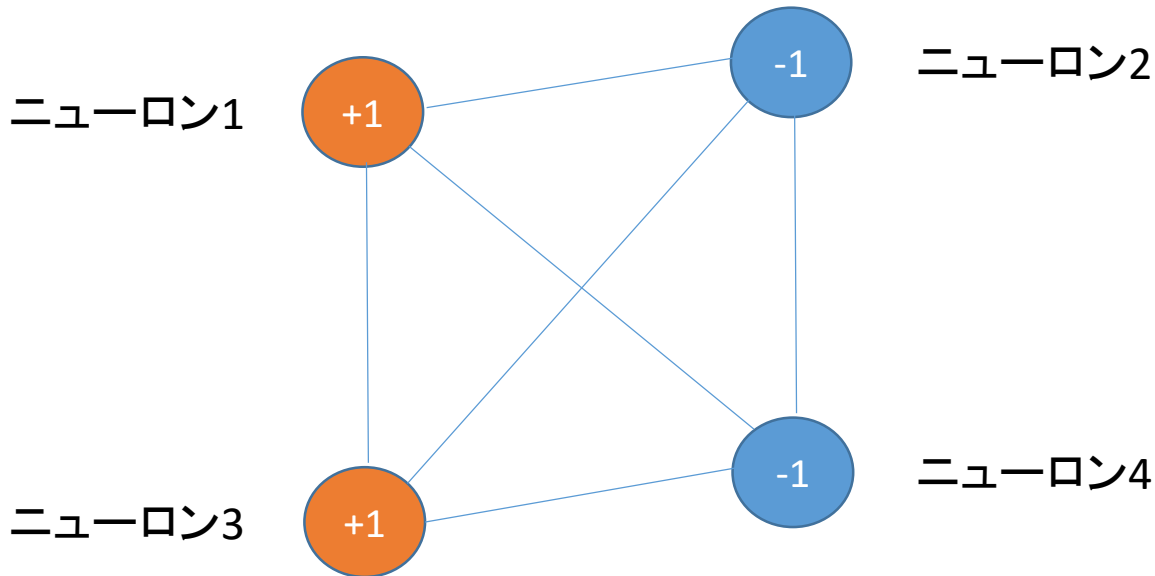
# ホップフィールドネットワーク(hopfield.py)

プログラムの動きの順序は

1. 赤いリンゴを見せる。
2. 黄色いバナナを見せる。
3. 赤を刺激するとどう反応するか？
4. 黄色いリンゴを見せる。
5. 赤を刺激するとどう反応するか？

# ホップフィールドネットワーク

- 赤いリンゴを見せる。(N1とN3を活動状態に)  
+ のニューロン同士(N1とN3)  
- のニューロン同士(N2とN4)  
の結合を強める。

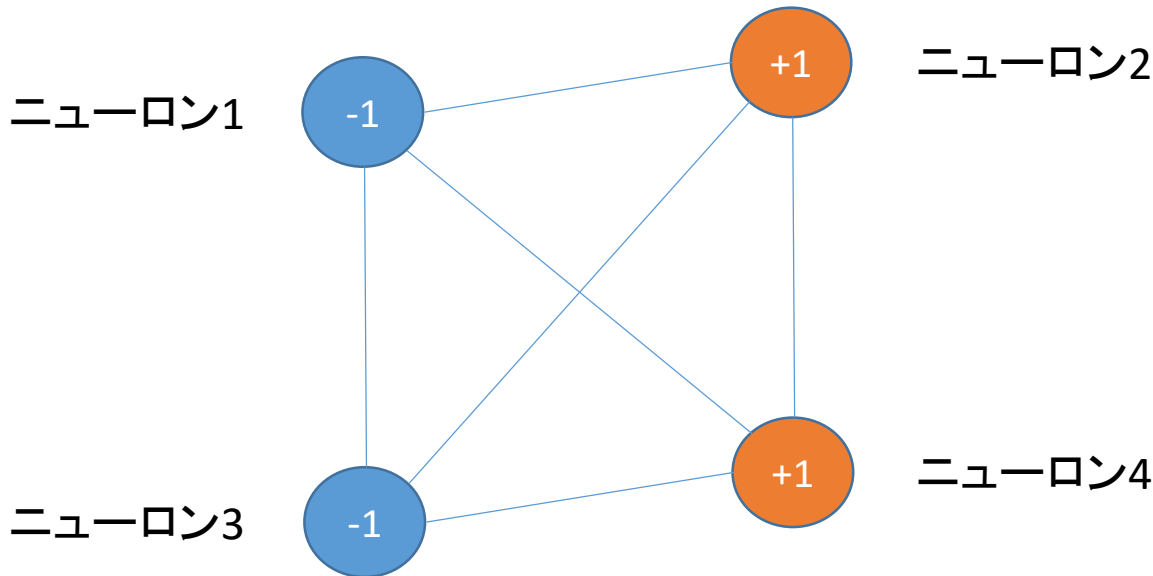


	N1	N2	N3	N4
N1	0	-1	+1	-1
N2	-1	0	-1	+1
N3	+1	-1	0	-1
N4	-1	+1	-1	0

ニューロン1:リンゴ  
ニューロン2:バナナ  
ニューロン3:赤  
ニューロン4:黄色

# ホップフィールドネットワーク

- 黄色いバナナを見せる。(N2とN4を活動状態に)  
+ のニューロン同士(N2とN4)  
- のニューロン同士(N1とN3)  
の結合を強める。



	N1	N2	N3	N4
N1	0	-1-1	+1+1	-1-1
N2	-2	0	-2	+2
N3	+2	-2	0	-2
N4	-2	+2	-2	0

ニューロン1:リンゴ  
ニューロン2:バナナ  
ニューロン3:赤  
ニューロン4:黄色



# ホップフィールドネットワーク

赤いリンゴを見せる

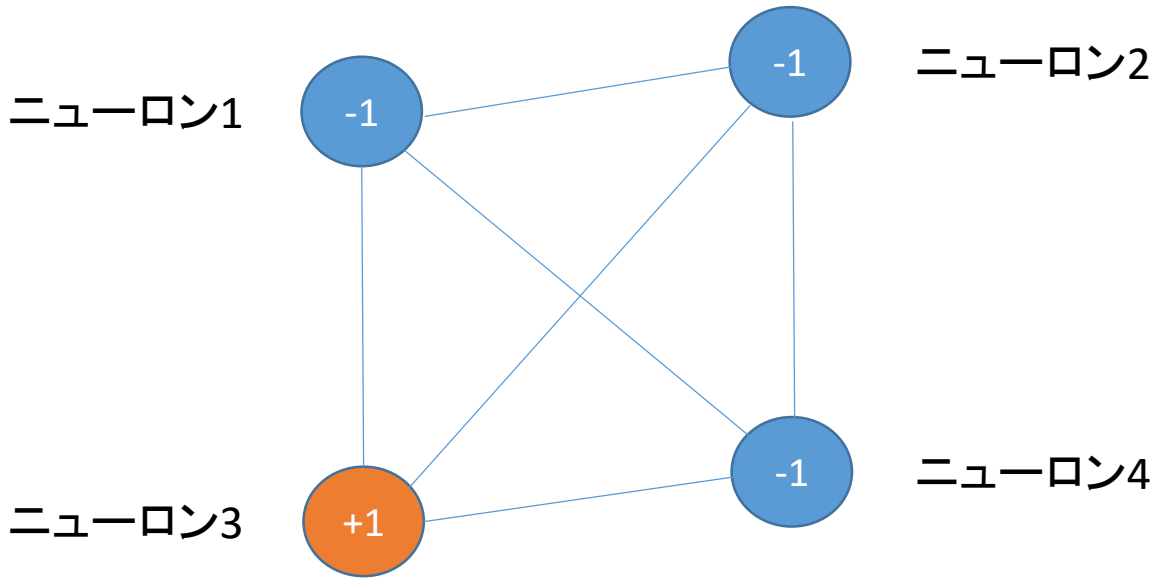
output	Apple	Banana	Red	Yellow
input				
Apple	0	-1	1	-1
Banana	-1	0	-1	1
Red	1	-1	0	-1
Yellow	-1	1	-1	0

黄色いバナナを見せる

output	Apple	Banana	Red	Yellow
input				
Apple	0	-2	2	-2
Banana	-2	0	-2	2
Red	2	-2	0	-2
Yellow	-2	2	-2	0

# ホップフィールドネットワーク

• この状態で「赤」を刺激するとどう反応するか？



	N1	N2	N3	N4
N1	0	-2	+2	-2
N2	-2	0	-2	+2
N3	+2	-2	0	-2
N4	-2	+2	-2	0

ニューロン1:リンゴ  
ニューロン2:バナナ  
ニューロン3:赤  
ニューロン4:黄色

現在の神経の状態を行列で表すと  $\begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

# ホップフィールドネットワーク

- この状態で「赤」を刺激するとどう反応するか？

$$\begin{pmatrix} 0 & -2 & 2 & -2 \\ -2 & 0 & -2 & 2 \\ 2 & -2 & 0 & -2 \\ -2 & 2 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$
の各行毎に、先程の  $\begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$  を掛け合  
わせ

る。1列目(リンゴとの結びつき)の場合、

$$(0 \times (-1) + (-2) \times (-1) + 2 \times 1 + (-2) \times (-1)) = 6$$

# ホップフィールドネットワーク

- この6をヘップの法則のように、 $(a/|a|)$ という計算により1と表す(0または正の数なら1、負の数なら-1とする)。  
ここでの値が1だったことにより、ニューロン1であるリンゴのニューロンを-1から1へ更新する。  
すると、現在の神経の状態は

$$\begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

となる。

# ホップフィールドネットワーク

- 前ページの結果を引き継ぐ
- 2行目(バナナ)

$$\begin{pmatrix} 0 & -2 & 2 & -2 \\ -2 & 0 & -2 & 2 \\ 2 & -2 & 0 & -2 \\ -2 & 2 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$

$$(-2 \times 1 + 0 \times (-1) + (-2) \times 1 + 2 \times (-1)) = -6$$

これを-1と直し、神経の状態を更新するが、-1から-1なので変化はない。

$$\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

# ホップフィールドネットワーク

- 前ページの結果を引き継ぐ
- 3行目(赤)

$$\begin{pmatrix} 0 & -2 & 2 & -2 \\ -2 & 0 & -2 & 2 \\ 2 & -2 & 0 & -2 \\ -2 & 2 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$

$$(2 \times 1 + (-2) \times (-1) + 0 \times 1 + (-2) \times (-1)) = -6$$

これを1と直し、神経の状態を更新するが、1から1なので変化はない。

$$\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

# ホップフィールドネットワーク

- 前ページの結果を引き継ぐ
- 4行目(黄色)

$$\begin{pmatrix} 0 & -2 & 2 & -2 \\ -2 & 0 & -2 & 2 \\ 2 & -2 & 0 & -2 \\ -2 & 2 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$

$$((-2) \times 1 + 2 \times (-1) + (-2) \times 1 + 0 \times (-1)) = -6$$

これを-1と直し、神経の状態を更新するが、-1から-1なので変化はない。

$$\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

全ての行での計算が終わった状態で、1となっているものが、連想して思い出せたということになる。

よって、「赤」から「リンゴ」を連想できた。

# ホップフィールドネットワーク

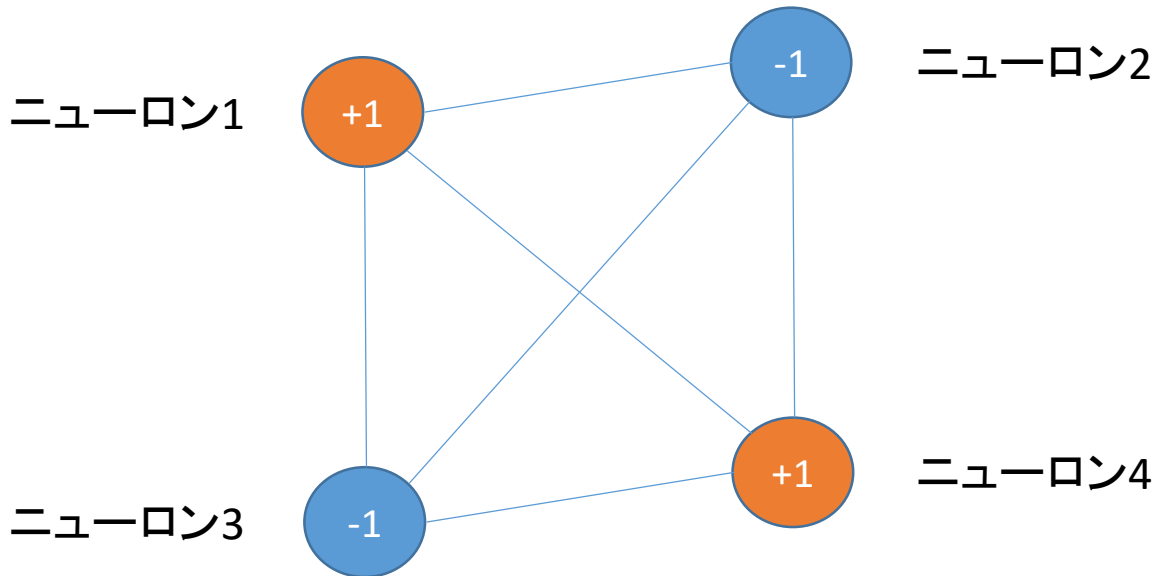
- 「赤」のニューロンに反応して「リンゴ」が1になって反応していることがわかる。  
「赤」から「リンゴ」を連想することができた。

```
赤を刺激
Apple      -1
Banana     -1
Red         1
Yellow     -1
Name: Activation, dtype: int64
赤といえば？
Apple      1
Banana     -1
Red         1
Yellow     -1
Name: Activation, dtype: int64
```



# ホップフィールドネットワーク

- 黄色いリンゴを見せる。(N1とN4を活動状態に)  
+ のニューロン同士(N1とN4)  
- のニューロン同士(N2とN3)  
の結合を強める。



	N1	N2	N3	N4
N1	0	-2-1	+2+1	-2+1
N2	-3	0	-1	+1
N3	+1	-1	0	-3
N4	-1	+1	-3	0

ニューロン1:リンゴ  
ニューロン2:バナナ  
ニューロン3:赤  
ニューロン4:黄色

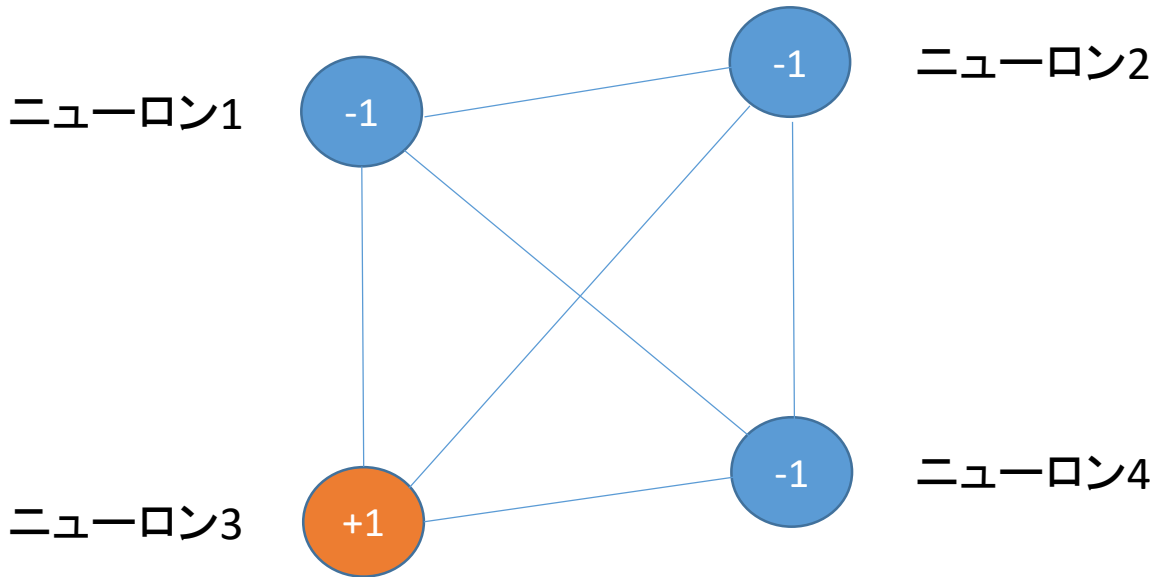
# ホップフィールドネットワーク

黄色いリンゴを見せる

output	Apple	Banana	Red	Yellow
input				
Apple	0	-3	1	-1
Banana	-3	0	-1	1
Red	1	-1	0	-3
Yellow	-1	1	-3	0

# ホップフィールドネットワーク

- +になっていたリンゴの状態を戻し(プログラムの処理上の話)、  
この状態で「赤」を刺激するとどう反応するか？



	N1	N2	N3	N4
N1	0	-3	+1	-1
N2	-3	0	-1	+1
N3	+1	-1	0	-3
N4	-1	+1	-3	0

ニューロン1:リンゴ  
ニューロン2:バナナ  
ニューロン3:赤  
ニューロン4:黄色

現在の神経の状態を行列で表すと  $\begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

# ホップフィールドネットワーク

$$\begin{pmatrix} 0 & -3 & 1 & -1 \\ -3 & 0 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 & -3 \\ -1 & 1 & -3 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

- 1列目(リンゴ)

$$(0 \times (-1) + (-3) \times (-1) + 1 \times 1 + (-1) \times (-1)) = 5$$

これを1と直し、神経の状態を更新し、リンゴの神経が-1から1へ変化する。

$$\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

# ホップフィールドネットワーク

$$\begin{pmatrix} 0 & -3 & 1 & -1 \\ -3 & 0 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 & -3 \\ -1 & 1 & -3 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

- 2列目 (バナナ)

$((-3) \times 1 + 0 \times (-1) + (-1) \times 1 + 1 \times (-1)) = -5$   
和は-5となるため、-1から-1で神経の状態は変化しない。

- 3列目 (赤)

和は5となるため、1から1で神経の状態は変化しない。

- 4列目 (黄)

和は-5となるため、-1から-1で神経の状態は変化しない。

よって、 $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$  「赤」から「リンゴ」を連想できた。

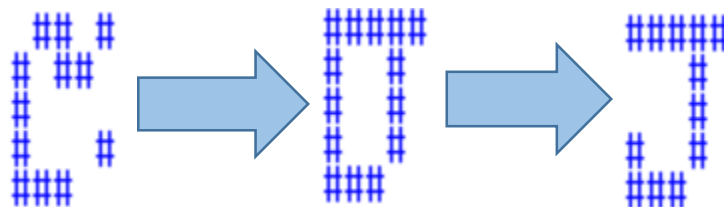
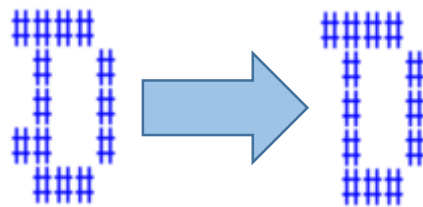
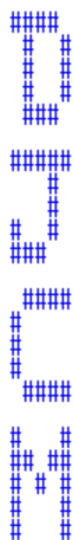
# ホップフィールドネットワーク

- 「黄色いリンゴ」を見たが、それでも「リンゴ」を連想する結果となる。

```
赤を刺激、リンゴを刺激していない状態に
Apple      -1
Banana     -1
Red         1
Yellow     -1
Name: Activation, dtype: int64
赤といえば？
Apple       1
Banana     -1
Red         1
Yellow     -1
Name: Activation, dtype: int64
```

# 応用例

- <http://enakai00.hatenablog.com/entry/20150108/1420719651>
- コードはリンク先から得た(結合した)。
- 赤、黄、リンゴ、バナナの問題以外にも、文字認識に使用する例が紹介されているので、参考に実装してみると良い。



# 3年生輪読予定表改訂版

担当箇所	名前	発表予定日
1-1	保科	5/12
1-3	猪狩	5/12
2-1	村田 西澤	5/19
2-2	西ヶ谷	5/19
2-3	坂中	5/19
3-1	米倉 田之井	5/26
3-2	松田 清水	5/26



# 3年生輪読予定表改訂版

担当箇所	名前	発表予定日
3-3	宿野	6/2
	前原	
	村田	
4章	門木	6/9
	山下	
	上野	6/16
	数見	
5章	下窪	6/16
	黒川	
	関根	
	坂本	

# 輪読に関して

- 発表が終わった人は、スライドを黄教授にメールで送ってください。
- それらをプロジェクトのページにアップロードしていくので、自分の輪読、最終発表に役立ててください。



# 最終発表

- 最後の2週(7/14、7/21)に行う。
- 2年生: ヘップの法則、ホップフィールドネットワーク、誤差逆伝播法から1つを選択し、応用したプログラムを作成するか、パラメータを変更して考察を行う。
- 3年生: CNNかRNNを選択し、応用したプログラムを作成するか、パラメータを変更して考察を行う。
- どこかの週にてCNNやRNNについてフォローする予定。



# 次回

- ホップフィールドネットワーク応用。
- 輪読(3-1、3-2)。

